

Sturmwellenresonanz an einem Strandriff

Fritz Büsching

FH Bielefeld University of Applied Sciences

Achtung: Neuere sich auf Seite 78 und Abb.08 beziehende Erkenntnisse zu Beckenschwingungen befinden sich im Anhang am Ende dieser Publikation.

Summary

The formation of long shore bars in front of sandy beaches often is assumed to act as a shore protecting feature only. At Sylt Island/Germany, however, boundary conditions formed by a structured long shore bar, running roughly parallel to the shoreline, are found to be the reason for intense resonant absorption effects at storm surge conditions as well. Incoming waves interact with the water level deflections in the trough located between the bar and the beach in such a way that frequency components match a limited number of possible harmonics of the enclosed body of water. As there are significant energy densities to be found in the wave energy spectra at harmonic numbers 1 to 3 of the enclosed water body, this phenomenon is believed to be responsible for the tremendous coastal recessions at this island due to storm surge occurrences in the past.

The existence of resonant seiching modes is deduced from intense low frequency anomalous dispersion effects (ADE), which had been found in the 1970s .

Wave tank investigations also demonstrating the combined effect of resonance and anomalous dispersion are reported in detail. Based thereon the former field investigations, executed on Sylt Island, are analysed again. As a consequence of the kind of resonances found, extreme water level deflections are expected to occur not only at the beach face but also at the landward slope of the longshore bar. That is why a special type of protective structure, consisting of hollow concrete blocks, is suggested to be placed on top of the ridge.

Zusammenfassung

Die Formation von küstenparallelen Sandriffen wird oft ausschließlich als vorteilhaft hinsichtlich des Schutzes hinterliegender Küsten eingestuft. Vor Sylt werden jedoch derartige Randbedingungen zudem als Begründung für Resonanzen erkannt, die etwa in Analogie zur Resonanzabsorption stehen, - d.h., zu der Absorption einer Wellenstrahlung durch mikrophysikalische Systeme infolge von Resonanzerscheinungen in ihnen.

Als Resonator fungiert in diesem Falle das zwischen Sandriff und Strand befindliche Wasservolumen, das zur Ausführung unterschiedlicher Eigenschwingungen fähig ist.

Das bei Sturmfluten über das Riff kommende Wellenspektrum tritt mit den Wasserspiegelauslenkungen des partiell eingeschlossenen Wasservolumens derart in Wechselwirkung, dass eine Anzahl möglicher Eigenfrequenzen desselben getroffen wird.

Als Folge müssen an den Beckenrändern - markant am Strand und abgeschwächt am Riff - vergrößerte Wasserspiegelauslenkungen auftreten, die durch Ausbildung von schwerer Brandung zu dem bekannten verstärkten Küstenangriff führen.

Angesichts der vor Sylt gemessenen energiereichsten Brandungsspektren liegt nahe, die Rinne zwischen Riff und Strand als ausgeprägtes Resonanzgebiet anzusehen, in dem die Unterhaltung extremer Schwingbewegungen nur noch geringer äußerer Anregungsleistung bedarf.

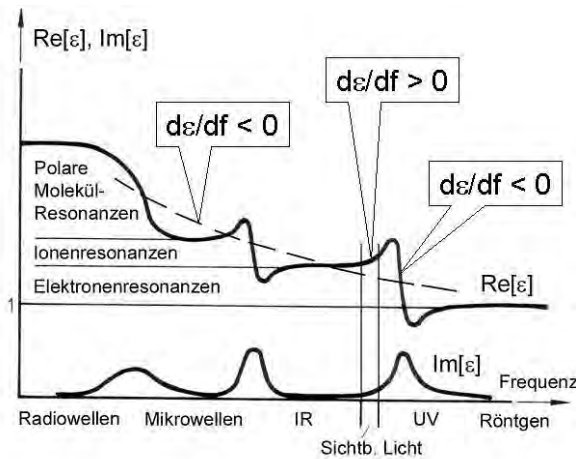
In Modell und Natur gelingt der Nachweis der Resonanzen dadurch, dass diese – wie bei der Resonanzabsorption - jeweils mit dem Effekt anomaler Dispersion (ADE) verbunden sind.

1 Einleitung

Die Phasengeschwindigkeiten steiler und brechender Seichtwasserwellen erregten Ende der 1970er Jahre besonderes Interesse, nachdem der Verfasser das Phänomen eines markanten Effektes *anomaler Dispersion* (ADE) bei der Auswertung von Messungen von Sturmwellen an der Westküste der Insel Sylt gefunden hatte, vergl. z.B. Büsching (1978). Ein derartiges Verhalten widerspricht mit $d\epsilon/df > 0$ gänzlich der klassischen Dispersionsrelation für Schwerewellen. Andererseits ist eine *anomale Dispersion* aber u. a. bei *elektromagnetischen Wellen* durchaus als Begleiterscheinung des Resonanz-Phänomens wohlbekannt:

Beim Durchgang von elektromagnetischen Wellen durch jeden Stoff gibt es Gebiete anomaler Dispersion, die wegen der Schmalheit des sichtbaren Spektralgebietes, jedoch meist außerhalb desselben, d.h., im Infrarot (IR) bzw. Ultraviolett (UV) liegen.

Der bedeutsame Sachverhalt ist für Wasser und Luft qualitativ am besten mit dem Verhalten der komplexen Dielektrizitätszahl $\epsilon_r = \text{Re}[\epsilon] + i \cdot \text{Im}[\epsilon]$, die etwa dem Quadrat der Brechzahl n entspricht, darstellbar. In Abb. 01 sind Realteil und Imaginärteil der Dielektrizitätszahl über der Frequenz dargestellt.



Während der Realteil $\text{Re}[\epsilon]$ die Dispersion ($d\epsilon/df$) beschreibt, repräsentiert der Imaginärteil $\text{Im}[\epsilon]$ die Absorption. Bekanntermaßen stammt die Definition der normalen Dispersion (als normale Abfolge der Spektralfarben mit $dn/df > 0$ bzw. $d\epsilon/df > 0$) aus den Beobachtungen im relativ schmalen sichtbaren Bereich, vergl. Abb.01. Demgegenüber wird aber offenbar, dass die Dispersion *global* im Bereich zwischen langen Radiowellen und kurzwelligem Röntgenstrahlen tatsächlich *anomal* ($d\epsilon/df < 0$) ist, vergl. gestrichelte Linie. Besonders hinzu-

Abb.01: Realteil und Imaginärteil der Dielektrizitätszahl ϵ für Durchgang elektromagnetischer Wellen etwa durch Wasser oder Luft als Funktionen der Frequenz.

weisen ist jedoch auf die Resonanzstellen, die jeweils durch Maxima des Imaginärteiles und Oszillationen des Realteiles der Dielektrizitätszahl - also durch *starke anomale Dispersion* $d\epsilon/df < 0$ - gekennzeichnet sind. *Resonanz, Ab-*

sorption und Anomale Dispersion stellen demnach einen kombinierten Effekt dar. Insbesondere treten starke Effekte anomaler Dispersion im IR-Bereich infolge von Ionenresonanzen und im UV-Bereich durch Elektronenresonanzen auf. Die Maxima der Absorption sind zugleich kennzeichnend für diejenigen Energien, die bei Resonanz aus der erregenden Welle von den jeweiligen Resonatoren (Ionen, Elektronen) übernommen werden.

Bei der Analyse von Wellenmessungen des Verfassers in Modell und Natur hat sich eine analoge Zuordnung solcher Phänomene auch für Schwerewellen herausgestellt. Dabei fungiert als Resonator in beiden Fällen jeweils ein abgrenzbares Wasservolumen, das zur Ausführung unterschiedlicher Eigenschwingungen (resonanter Beckenschwingungen) fähig ist.

Wegen des begrenzten Raumes können die Ergebnisse der betreffenden Analysen hier nur zusammenfassend dargestellt werden. Insbesondere wird hinsichtlich der Diskussion der erhaltenen Ergebnisse und möglicher Beeinflussung der Resonanz durch Bauwerke auf Veröffentlichungen des Verfassers in 2003 verwiesen.

2 Modelluntersuchungen im Wellenkanal der Fachhochschule Bielefeld

In den 1990er Jahren ist in einer Vielzahl von Modelluntersuchungen im Wellenkanal der FH Bielefeld die besondere hydraulische Wirksamkeit so genannter Hohldeckwerke (patentierte durchströmbare Böschungsdeckwerke) im Modellmaßstabe 1:5 nachgewiesen worden. Hierfür wurde im Sinne einer vergleichenden Beurteilung eine Konfiguration mit *glatter* geneigter Vergleichs-Böschungsoberfläche als Referenzrandbedingung verwendet, wie etwa in Abb.02 für eine Böschungsneigung 1:m = 1:3 dargestellt.

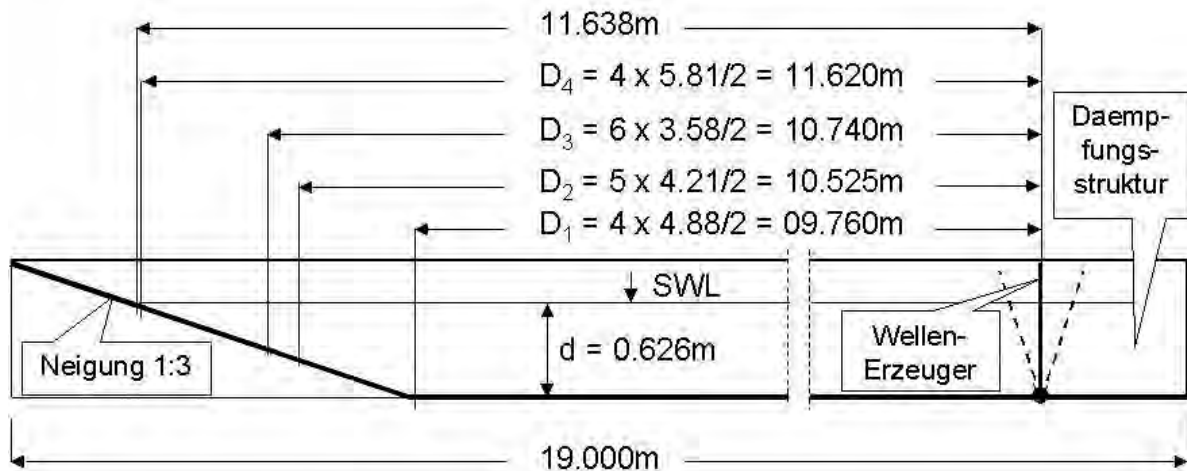


Abb.02: Wellenkanal der FH Bielefeld schematisch und unmaßstäblich.
 (Unterschiedliche Böschungsentfernungen D_i bezüglich des Klappendrehlagers)

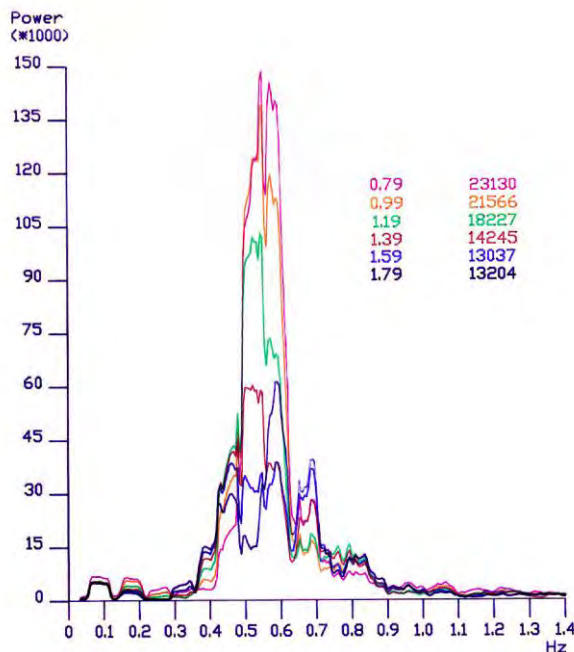


Abb.03: Synchron vor der Böschung gemessene Energiedichte-Spektren der vertikalen Wasserspiegelauslenkungen.

In dieser Vergleichskonfiguration beziehen sich die in Rede stehenden Untersuchungen auf die Beobachtung hochenergetischer *Beckenschwingungen* (mit Wellenhöhen um etwa $H = 0,3m$), für deren gewünschtes Auftreten im Sinne hoher Böschungsbelastungen auf Maßnahmen zur Kompensation der Re-Reflexion von der Wellenklappe verzichtet worden war, - wohl wissend, damit von den Randbedingungen normal von See anlaufender Wellen abzuweichen.

Des Weiteren abweichend von üblichen Methoden für die Erfassung des frequenz-abhängigen Reflexionsphänomens waren hier an einer *Vielzahl von Messpositionen* (90 Stationen mit Abständen von jeweils 10cm) für die Synchronmessungen der Wasserspiegelauslenkungen im Wellenfeld seewärts der Böschung Pegel installiert.

Deren zeitabhängige analoge Signale wurden zunächst der Fouriertransformation unterzogen, um u. a. für Aussagen bezüglich des Energiegehaltes definierter Frequenzbänder verwendet zu werden. Die gemessenen bzw. berechneten Energiedichte-Spektren repräsentieren dabei an jeder Pegelposition die überlagerten vertikalen Wasser-

giedichte-Spektren repräsentieren dabei an jeder Pegelposition die überlagerten vertikalen Wasser-

spiegelauslenkungen (Quadratwerte) der von der Wellenklappe kommenden, der von der Böschung reflektierten und der von der Wellenklappe wiederum re-reflektierten Wellen (composite energy spectra).

Abb. 03 enthält beispielhaft für den Bereich vom Böschungsfuß (Station 1,79m) bis etwa in die Zone maximaler Brecherinstabilität (Station 1,19m bis 0,79m) sechs derartige übereinander dargestellte Spektren der Wasserspiegelauslenkungen oberhalb der Böschung.

Als von der Klappenwellenmaschine erzeugtes Steuerspektrum (input spectrum) wurde dabei ein solches verwendet, das nach Umrechnung auf den Naturmaßstab denjenigen ähnelt, die vom Verfasser nahe der Brecherzone der Insel Sylt gemessen worden waren, vergl. Büsching (1975, 1976). Dementsprechend war der wesentliche Anteil der Energiedichte im Modellspektrum etwa im Frequenzbereich $0,48 \text{ Hz} \leq f \leq 0,62 \text{ Hz}$ konzentriert.

Die vom Spektrum jeweils eingeschlossene Fläche (IA = integrated spectrum area) ist der resultierenden Wellenenergie proportional.

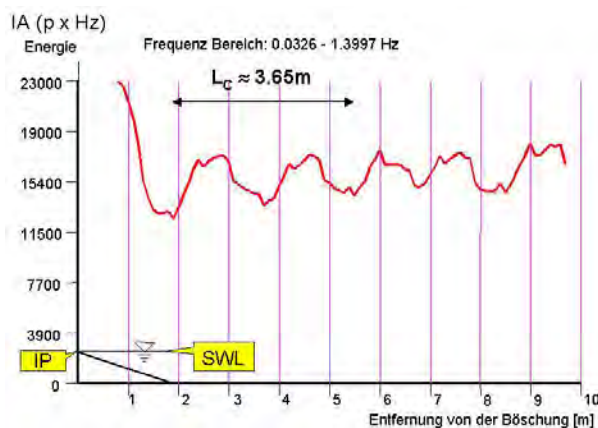


Abb.04: Integralwerte der spektralen Energie im Gesamtfrequenzband $0,03 \leq f \leq 1,4 \text{ Hz}$ dokumentieren die Existenz einer partiellen Clapotis vor einer Böschung 1:m = 1:3.

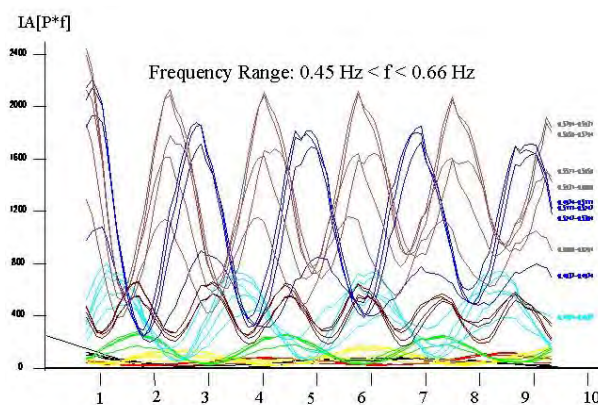


Abb.05: Vielzahl von Energielinien für vergrößerte Frequenzintervalle im Frequenzbereich $0,45 \text{ Hz} \leq f \leq 0,66 \text{ Hz}$

Die folgenden drei Diagramme zeigen solche Energiewerte bezüglich unterschiedlicher Frequenzbänder - aufgetragen über der Pegelentfernung von der Böschung.

Als Bezugspunkt ist im unteren Teil der Abb.04 der Durchstoßpunkt des Ruhewasserspiegels (SLW) durch die Böschungsoberfläche mit IP bezeichnet. Im oberen Teil der Abb.04 ist durch die Abfolge von Energiemaxima und Energieminima für den insgesamt analysierten Frequenzbereich $0,0326 \text{ Hz} \leq f \leq 1,3997 \text{ Hz}$ deutlich die

Existenz einer partiellen Clapotis belegt. Ihre Länge kann etwa als Distanz zwischen dem ersten und dem dritten Energieminimum zu ca. $L_c = 3,65 \text{ m}$ abgegriffen werden. Wenn diese experimentelle Funktion auch einige Abweichungen von einer theoretisch als glatt vermuteten Gestalt aufweist, wird nachfolgend doch deutlich werden, dass hieraus sehr wohl wichtige Schlussfolgerungen gezogen werden können, insbesondere wenn die Energie von Teilfrequenzbändern untersucht wird und das Signalausrauschen unberücksichtigt bleibt. Aus Gründen mangelhafter zeichnerischer Wiedergabemöglichkeit ist hier auf eine der Abb.04 entsprechende Darstellung für alle Frequenzkomponenten separat (mit dem Frequenzpunkt Abstand $\Delta f = 0,00543 \text{ Hz}$) verzichtet worden.

Das dort vorzufindende Phänomen wird aber auch in Abb.05 noch hinreichend deutlich, wo Energielinien für vergrößerte Frequenzintervalle ($n \cdot \Delta f$) und einen eingegengten Frequenzbereich $0,45 \text{ Hz} \leq f \leq 0,66 \text{ Hz}$ ermittelt worden sind.

Deutlich erkennbar ist hier, dass es Energielinien gibt, deren horizontale Extremwertabstände und Phasenwinkel mit denjenigen anderer Energielinien etwa annähernd übereinstimmen.

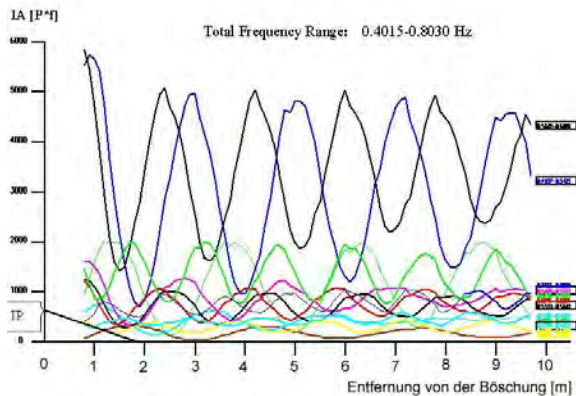


Abb.06: 12 Energielinien abgrenzbarer partiell stehender Teilwellen (Partialwellen)

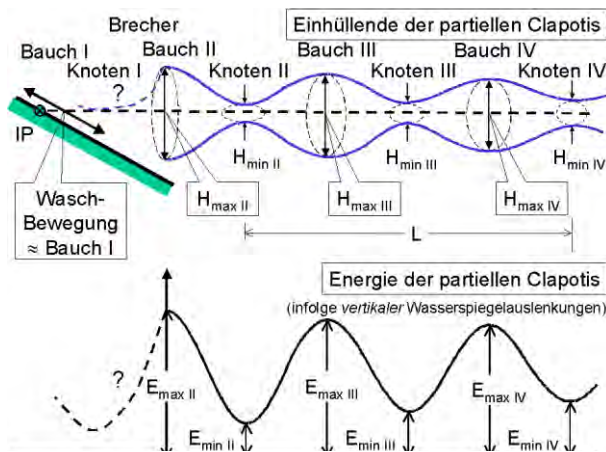


Abb.07: Schematische Darstellung partiell stehender Wellen an einer Böschung;
 oben: Einhüllende der Wasserspiegelauslenkungen,
 unten: Energieverteilung (infolge vertikaler Wasserspiegelauslenkungen)

Für den vorliegenden Fall sind die Messungen von Bleeß u. Stühmeyer (1991) und die zugehörigen Berechnungen zur Datenreduzierung von Hagemeyer u. Kramer (1992) vorgenommen worden. Als Ergebnis konnten für den Frequenzbereich $0,4015\text{Hz} \leq f \leq 0,8030\text{Hz}$ 82 diskrete Energielinien ermittelt werden, die bezüglich der Übereinstimmung ihrer Extremwertabstände und Phasenwinkel 12 abgrenzbaren Teilfrequenzbereichen zugeordnet werden konnten, vergl. Abb.06. Demnach kann die oben durch Abb.04 dokumentierte partielle Clapotis etwa auch als Resultierende aus der Überlagerung eines Satzes von 12 solcher gleichzeitig im Wellenkanal existierender partieller Clapotiswellen begriffen werden.

Zur Unterscheidung der resultierenden partiellen Clapotis von ihren hier definierten Komponenten werden letztere im Folgenden kurz als „Partialwellen“ bezeichnet. Die generellen Eigenschaften partieller Clapotiswellen bzw. Partialwellen können etwa, wie in Abb.07 dargestellt, aus der gemessenen Energieverteilung über der Wellenlänge abgeleitet werden:

Die Teilchenbewegungen für die Phasen der Clapotis-Bäuche können demnach durch Ellipsen mit größerer vertikaler Hauptachse und für die Phasen der Knoten durch Ellipsen mit größeren horizontalen Hauptachsen genähert werden. Die sich allgemein mit der Entfernung von der Böschung verändernden Reflexionswirkungen spiegeln sich offenbar in der Verkürzung der genannten größeren Hauptachsen wieder, während die kleineren Hauptachsen mit der Entfernung von der Böschung anwachsen.

Hier ist jedoch die Tatsache von besonderer Bedeutung, dass die Frequenzkomponenten der Partialwellen wegen ihrer nahezu gleichen Längen in den betreffenden Teilfrequenzbändern dem Gesetz einer anomalen Dispersion unterliegen müssen, da die Phasengeschwindigkeit gemäß $c = L \cdot f$ bei konstanter Wassertiefe mit der Frequenz zunimmt ($dc/df > 0$).

Im oberen Teil der Abb.08 sind die aus den oben genannten 82 Energielinien bestimmten Längen über der Frequenz als $L(AD)(f)$ bezeichnet (AD = anomale Dispersion), während die gestrichelt eingetragene Funktion $L(ND)(f)$ die entsprechend der klassischen Dispersionsrelation für die Kanalwassertiefe $d = 0,626\text{m}$ (gemäß normaler Dispersion, ND ($dc/df < 0$)) berechneten theoretischen Werte angibt. Beide Funktionen können demnach auch als „Längenspektren“ bezeichnet werden.

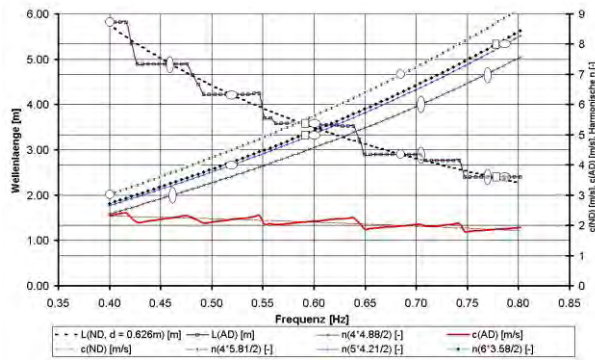


Abb.08: Komponenten-Längen, Phasengeschwindigkeiten und Ordnungszahlen der Beckenschwingungen in Abhängigkeit von der Frequenz

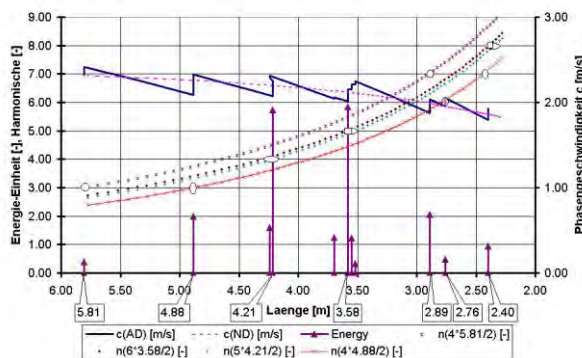


Abb.09: Phasengeschwindigkeiten, Ordnungszahlen der Beckenschwingungen und Energiedichten in Abhängigkeit von der Wellenlänge.

Die entsprechenden Darstellungen für die Phasengeschwindigkeiten $c(AD)(f)$ und $c(ND)(f)$ (Spektren der Phasengeschwindigkeiten) sind im unteren Teil der Abbildung dargestellt.

Da - wegen der näherungsweise abgestuften Struktur der Funktion $L(AD)(f)$ - nahe liegt, die genannten 12 Partialwellen als Eigenschwingformen der im Kanal enthaltenen Wassermasse anzusehen, wurde untersucht, wie weit die Randbedingungen der geneigten Böschung mit Oberschwingungen vereinbar sind. Die ermittelten Ordnungszahlen der sich überlagernden Beckenschwingungen sind ebenfalls Abb.08 zu entnehmen. Da für die hier vorliegenden Randbedingungen (der geneigten Böschung auf der einen Seite und der um den Gelenkpunkt schwingenden Wellenklappe auf der anderen Seite, zunächst keine bestimmte Entfernung D (repräsentative Kanallänge) angegeben werden kann, wurden hierfür die in der Grafik der Abb.02 bezeichneten Vielfachen der Halbwellenlängen der vier dominanten längsten Partialwellenlängen (5,81m; 4,88m; 4,21m und 3,58m) zusammen mit den theoretischen Phasengeschwindigkeiten $c(f)$ eingesetzt, vergl. auch Legende der Abb.08; Näheres vergl. Büsching (2003).

Es sind in der Grafik also vier verschiedene Funktionen $n_i(f)$ enthalten, für die jeweils die Entfernung D_i mit der Distanz des Klappengelenkpunktes von einem jeweils anderen Punkt auf der geneigten Böschung übereinstimmt. Deutlich ist erkennbar, dass die Partialwellen im Wellen-

kanal als Oberschwingungen mit Ordnungszahlen $3 \leq n \leq 8$ aufgetreten sind. Dabei kann die Tatsache, dass mehrere (durch gleiche Signaturen gekennzeichnete) Harmonische offenbar mit derselben Grundfrequenz verknüpft sind, als weiteres Indiz dafür angesehen werden, dass es sich tatsächlich um Eigenschwingformen handelt, die infolge aufgetretener Resonanz besonders hervortreten.

Als eigentliche „Resonanzgebiete“ können dabei die Frequenzbereiche angesehen werden, in denen die Komponentenlängen annähernd gleich sind und demzufolge aus deren Überlagerung maximale Wasserspiegelauslenkungen resultieren. In diesen Bereichen ist die Dispersion mit $dc/df > 0$ eindeutig anomal, während in den dazwischen liegenden Bereichen jeweils die normale Dispersion mit $dc/df < 0$ stärker ausgeprägt ist, als diejenige, die entsprechend der klassischen Dispersionsrelation berechnet werden kann, vergl. $c(ND)(f)$.

Um auch den Zusammenhang der Dispersion mit den Energiewerten der Partialwellen herzustellen, sind in Abb.09 die Phasengeschwindigkeiten und Ordnungszahlen der Beckenschwingungen zusammen mit den Energiedichtewerten der Partialwellen über den Wellenlängen aufgetragen.

(Zum besseren Vergleich mit der Darstellung über der Frequenzachse (Abb.08) ist hier die horizontale Längenachse seitenverkehrt dargestellt.)

Nach Transformation auf die Längenachse stellt sich demnach das Dispersionsverhalten in Abb.09 wie folgt dar:

Die Bereiche normaler Dispersion sind durch Differentialquotienten $dc/dL > 0$ zu identifizieren, wohingegen die o. a. „Resonanzgebiete“ in dieser Darstellung lediglich als *näherungsweise konstante* „Resonanzwellenlängen“ erscheinen, denen die Energiedichtewerte der Partialwellen zuzuordnen sind. Dementsprechend treten die Bereiche anomaler Dispersion in der Funktion $c(AD)(L)$ nicht mit $dc/dL < 0$ sondern gar mit dem Grenzwert $dc/dL \rightarrow -\infty$ als Sprünge in Erscheinung. Damit sind die Resonanzgebiete hier ebenso markant erkennbar, wie in Abb.01 für elektromagnetische Wellen.

3 Sturmwellenspektren an der Westseite der Insel Sylt

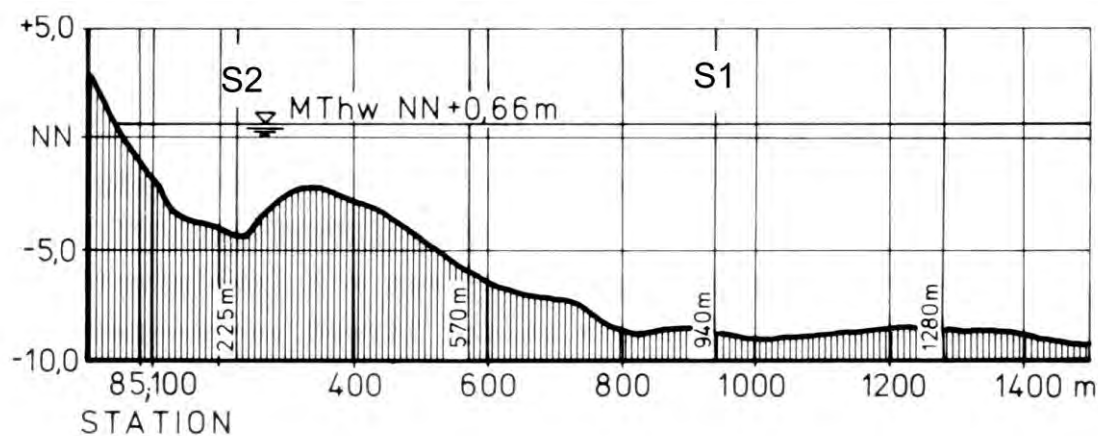


Abb.10: Messprofil Westerland/Sylt, 1973. Küstennahe Wellenmessstationen S1 bei 940m und S2 bei 225m sowie Messstationen am Strand bei 100m und 85m.

Auf das Phänomen eines markanten Effektes anomaler Dispersion (ADE) war der Verfasser bereits in den 1970er Jahren gestoßen, und zwar im Zusammenhang mit der Analyse der im küstennormalen Messprofil der Abb.10 an den Positionen 100m und 85m synchron aufgenommenen Wasserspiegelauslenkungen $\eta_{100}(t)$ und $\eta_{85}(t)$. Im Wesentlichen war auf der Grundlage der Phaseninformation $\varphi_{xy}(f)$ der Übertragungsfunktion (zwischen den Pegelsignalen) seinerzeit das Spektrum der Phasengeschwindigkeit wie folgt definiert worden (Büsching, 1978)

$$c(f) = \frac{\overline{xy}}{\varphi_{xy}(f)/2 \cdot \pi \cdot f}$$

Hierin bedeuten \overline{xy} die Entfernung zwischen den Messstationen x und y im küstennormalen Messprofil und $\varphi_{xy}(f)$ die Phasendifferenz zwischen den Fourier - Komponenten der Frequenzen f_i an diesen Stationen.

Die erneute Befassung mit diesen Messungen ist dadurch veranlasst, dass die in Abb.10 dargestellte Rinne zwischen Sandriff und Strand ebenfalls als (partiell) geschlossene Beckenkonfiguration angesehen werden kann.

Da die oben bezüglich der Modelluntersuchungen dargestellten Erscheinungsformen anomaler Dispersion bei Beckenschwingungen auf die markanten Abweichungen im Wellenlängenspektrum zurückzuführen waren, wird nunmehr das *Wellenlängenspektrum* nachfolgend auch für die Naturuntersuchungen in den Mittelpunkt der aktuellen Betrachtung gestellt.

Dieses kann aus dem anomalen Phasengeschwindigkeitsspektrum ($dc/df > 0$) wie folgt hergeleitet werden:

$$c(f) = L \cdot f = \frac{\overline{xy}}{\varphi_{xy}(f)/2 \cdot \pi \cdot f}$$

$$L(f) = \frac{\overline{xy}}{\varphi_{xy}(f)/2 \cdot \pi}$$

Da ein Vergleich mit den Ergebnissen der Modelluntersuchungen nur zulässig ist, wenn hinreichend vergleichbare Randbedingungen existieren, wurden nur die 5 (von 16) Messperioden mit Wassertiefen $d \geq 3,6m$ für die betreffende Untersuchung ausgewählt. Insbesondere ist damit sichergestellt, dass auch bei den Naturmessungen die partielle Reflexion als dominierendes Phänomen gegenüber den Mechanismen des Wellenbrechens oder gar der Waschbewegung ausbrandender Wellen (Wellenauf- und Wellenrücklauf) in den Spektren erfasst ist. Beispielhaft sind alle Spektralfunktionen der Messung Nr.04 vom 13.12.1973, 17.00 Uhr in den Abb.11, Abb.12 und Abb.13 vergleichend untereinander dargestellt.

Abb.11 enthält die beiden energiereichen Energiespektren mit maximalen Energiedichten bzw. signifikanten Wellenhöhen in Höhe von

$$\max E_{fp,100} = 3,57m^2 / Hz \quad \text{bzw.} \quad H_{S,100} = H_{mo,100} = 2,52m \quad \text{und}$$

$$\max E_{fp,085} = 3,30m^2 / Hz \quad \text{bzw.} \quad H_{S,085} = H_{mo,085} = 2,31m.$$

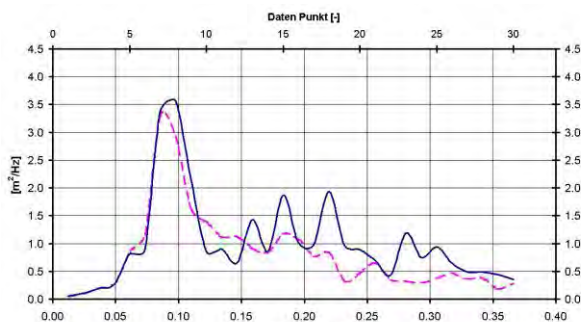


Abb.11: Energiedichte-Spektren von Sturmwellen an den Stationen 100m und 85m im Messprofil der Abb.10.

Es ist hinreichend deutlich, dass die Energie von Station 100m bis Station 85m über den Bereich höherer Energiedichte abnimmt, und damit Resonanzen zumindest aus Ausbrandungsprozessen keine nennenswerte Rolle gespielt haben.

In Abb.12 sind jeweils sowohl die klassischen als auch die auf der Grundlage der Übertragungsfunktion (Phase) berechneten Spektren der Phasengeschwindigkeit $c(f)$ und der Wellenlänge $L(f)$ zusammen mit der Kohärenzfunktion $\gamma_{xy}^{-2}(f)$ (10-fache Werte) dargestellt.

In Anbetracht der in Böen mit $U > 30m/s$ zur Messzeit aufgetretenen Orkanwindstärken aus WSW Richtungen (Büsching, 1974) können die für den Frequenzbereich $0,03Hz \leq f \leq 0,2Hz$ angegebenen Kohärenzwerte durchaus als erstaunlich hoch eingestuft werden. Deshalb ist der Verfasser überzeugt, dass die in diesem Bereich besonders ausgeprägten Effekte anomaler Dispersion (der Funktion $c(AD)(f)$) nicht etwa allein als *nichtlineare Effekte* erklärt werden können.

Im Gegensatz zur klassischen Dispersionsrelation $c(ND)(f)$, die mit $dc/df \leq 0$ eine normale Dispersion beschreibt, ist diese *global* gerade deutlich durch *entgegen gesetztes Vorzeichen* gekennzeichnet.

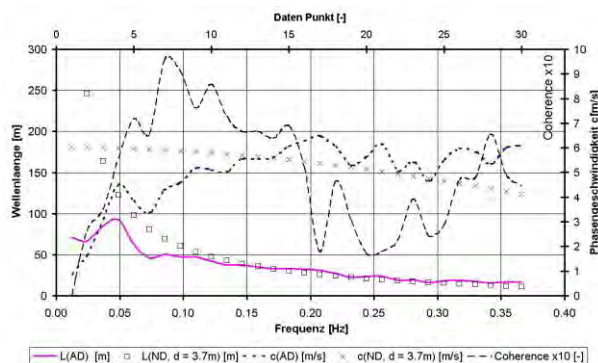


Abb.12: Spektren der Phasengeschwindigkeit $c(f)$, der Längen $L(f)$ der Wellenkomponenten und der Kohärenz $\gamma_{xy}^{-2}(f)$

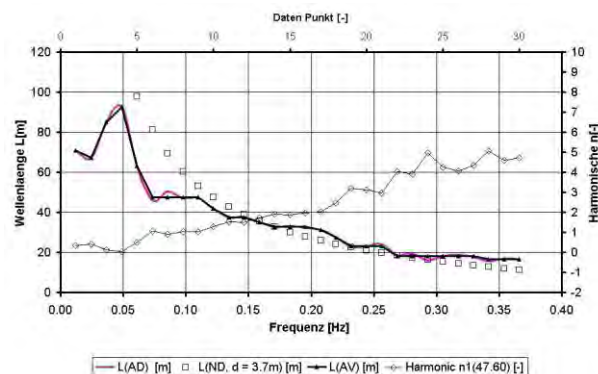


Abb.13: Vergrößert dargestellte Spektren der Längen $L(f)$ zusammen mit Ordnungszahlen $n(f)$ der Beckenschwingungen.

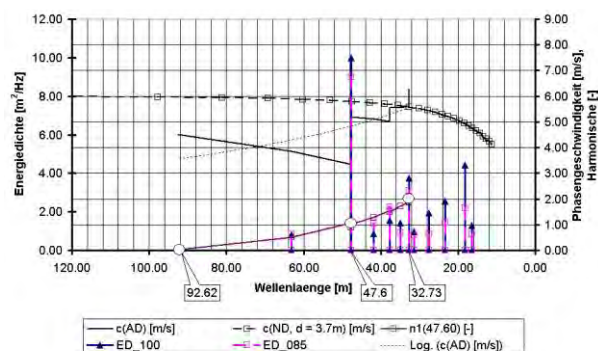


Abb.14: Phasengeschwindigkeiten $c(ND)(L)$ und $c(AD)(L)$, Ordnungszahlen $n(L)$ der Beckenschwingungen sowie Linienspektren der Energiedichte $ED(L)$.

Hinsichtlich des gemäß klassischer Dispersionsrelation berechneten Wellenlängenspektrums $L(ND)(f)$ ist festzustellen, dass mit zunehmender Annäherung $f \rightarrow 0$ geradezu absurd große Wellenlängen erhalten werden. Demgegenüber liegen die betreffenden Werte des anomalen Wellenlängenspektrums $L(AD)(f)$ im Bereich der tatsächlichen Beobachtungen, vergl. FÜHRBÖTER (1974), BÜSCHING (1978, 1979).

Für eine weitergehende Analyse insbesondere der Funktion $L(AD)(f)$ sind in Abb.13 beide Wellenlängenspektren vergrößert dargestellt. Hier wird deutlich, dass die Oszillationen im Phasengeschwindigkeitsspektrum $c(AD)(f)$ tatsächlich auch zu einem näherungsweise stufigen Verlauf im zugehörigen Wellenlängenspektrum $L(AD)(f)$ führen. Zur Verdeutlichung dieser Erscheinung ist zusätzlich die Funktion $L(AV)(f)$ eingetragen, die über unterschiedliche Anzahlen benachbarter Frequenzpunkte gemittelte Komponentenlängen angibt. Somit wird also ein Ergebnis erhalten, das demjenigen der oben behandelten Modelluntersuchungen ähnelt. Dass es sich hierbei nicht um eine einmalige zufällige Erscheinung handelt, ist durch die erwähnten 4 weiteren gleichartigen Messungen belegt. Darüber hinaus ist das Phänomen auch in allen 11 übrigen Messungen (mit kleineren Wassertiefen und anderen Seegangsintensitäten) erkennbar. Weiterhin ist in Abb.13 die Funktion $n1(f)$ eingetragen. Hierfür wurde der Mittelwert $L(AV) = 47,60\text{m}$ (etwa bei $f = 0,09\text{ Hz}$) als erste Harmonische im Bereich des spektralen Peaks vorausgesetzt. Der Verlauf der Kurve lässt dann auf die Existenz weiterer Oberschwingungen schließen, etwa die zweite Oberschwingung bei etwa $f = 0,18\text{ Hz}$ und die dritte Oberschwingung bei etwa $f = 0,24\text{ Hz}$. Da die Phasengeschwindigkeit von der Frequenz abhängt, ist klar, dass die Frequenzen der höheren Harmonischen nicht genau mit den ganz-zahligen Vielfachen der Grundfrequenz übereinstimmen.

Wenn auch die Kohärenz für den vierten Frequenzpunkt $f = 0,049\text{ Hz}$ nur bei etwa 0,6 liegt, besteht doch hinreichende Wahrscheinlichkeit, dass auch die Grundschwingungsform mit einer Länge von etwa 93m, vergl. Maxima in Abb.12

und Abb.13, in der Rinne zwischen Sandriff und Strand präsent ist.

In Analogie zu Abb.08 (Untersuchungen im Wellenkanal) wurden auch die Spektren der Phasengeschwindigkeit $c(ND)(f)$ und $c(AD)(f)$ (Abb.12) in Spektren $c(ND)(L)$ bzw. $c(AD)(L)$ transformiert, vergl. Funktionen im oberen Teil von Abb.14. Für $c(AD)(L)$ wurde dabei nur der Frequenzbereich $0,05Hz \leq f \leq 0,18Hz$ berücksichtigt, in dem die Kohärenz im Mittel bei etwa $\bar{\gamma}_{xy}^2 = 0,8$ lag. Erwartungsgemäß treten auch hier im Spektrum $c(AD)(L)$ Sprünge mit $dc/dL \rightarrow -\infty$ (AD) auf, die die Präsenz von Oberschwingungen markieren. Deren Ordnungszahlen $n1(L)$ sind im unteren Teil der Abbildung dargestellt. Im Gegensatz zu den Modelluntersuchungen treten im Vergleich mit $c(ND, d=3,7m)$ aber nur unter- und oberhalb der der ersten Harmonischen zuzuordnenden Resonanzstelle stärkere Neigungen $dc/dL > 0$ (ND) auf, während im Gesamttrend $dc/dL < 0$, d.h., anomale Dispersion herrscht. Wegen des eingeschränkten Frequenzbereiches ($\bar{\gamma}_{xy}^2 = 0,8$) sind hier nur die erste und die zweite Harmonische sowie die Grundschwingung durch eine Signatur gekennzeichnet.

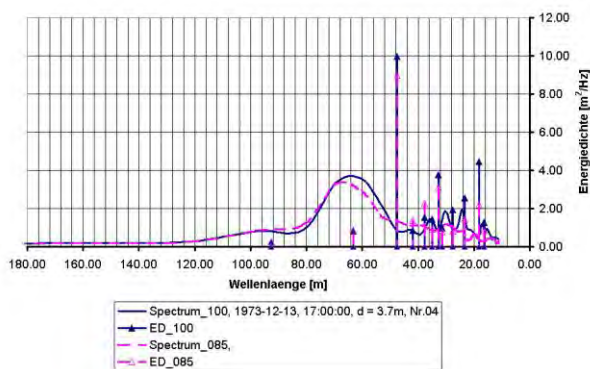


Abb.15: Auf die Längsachse transformierte Energiedichte-Spektren sowie Linienspektren der Energiedichte $ED(L)$, berechnet auf der Grundlage des anomalen Längenspektrums $L(AD)(f)$.

Schließlich sind in Abb.14 und Abb.15 noch die Linienspektren der Energiedichte für diskrete Wellenlängen bezüglich der Messstationen 100m und 085m enthalten. Diese wurden dadurch gebildet, dass die Werte der Energiedichte für die Frequenzkomponenten mit (annähernd) gleicher Wellenlänge jeweils aufsummiert worden sind. Für die Messstation 100m ist der maximalen Energiedichte in Höhe von etwa $\max ED(L) = 10m^2/Hz$ demnach etwa eine Wellenlänge $L(AD) = 47,6m$ zuzuordnen. Im Gegensatz dazu ist im Frequenzspektrum etwa ein Wert von $\max EP(f) = 3,6m^2/Hz$ vorhanden, für den bei normaler Dispersion etwa eine zugehörige Wellenlänge von $LP(ND) = 63m$ berechnet werden kann, vergl. Abb.15.

4 Literatur

BÜSCHING, F.: Anomalous Dispersion of Surface Gravity Waves, Proc. 15th International Conference on Coastal Engineering, Honolulu, Hawaii USA, 1978 pp. 539-559.

BÜSCHING, F.: Storm Wave Resonance Controlled by Hollow Block Structures, COPEDEC VI, Colombo, Sri Lanka, 2003 paper no. 90, pp 1-20.

BÜSCHING, F.: Sturmwellen-Resonanz an der Westküste der Insel Sylt, Die Küste H. 67, S. 51–82, 2003.

Address

Prof. Dr.-Ing. Fritz Büsching
 Diebelhorststr. 01
 38116 Braunschweig
 Tel. +49 531 2512004
 Germany
 E-mail: buesching@hollow-cubes.de

Phasensprung bei der partiellen Reflexion irregulärer Wasserwellen an steilen Uferböschungen

VON FRITZ BÜSCHING

URN:NBN:DE:0066-201006177

3. Resonante Beckenschwingungen und anomale Dispersion der Frequenzkomponenten partiell stehender Wellen

Über das Auftreten resonanter Beckenschwingungen in einem Wellenkanal war in [8] eingehend berichtet worden. Ihre Ursache ist demnach dadurch bedingt, dass bei der Wellenerzeugung gleiche Wellensequenzen mit vorgegebener Wiederholfrequenz in den Kanal eingesteuert werden und dabei jegliche Maßnahmen zur Unterbindung der Re-Reflexion von der Wellenklappe unterbleiben.

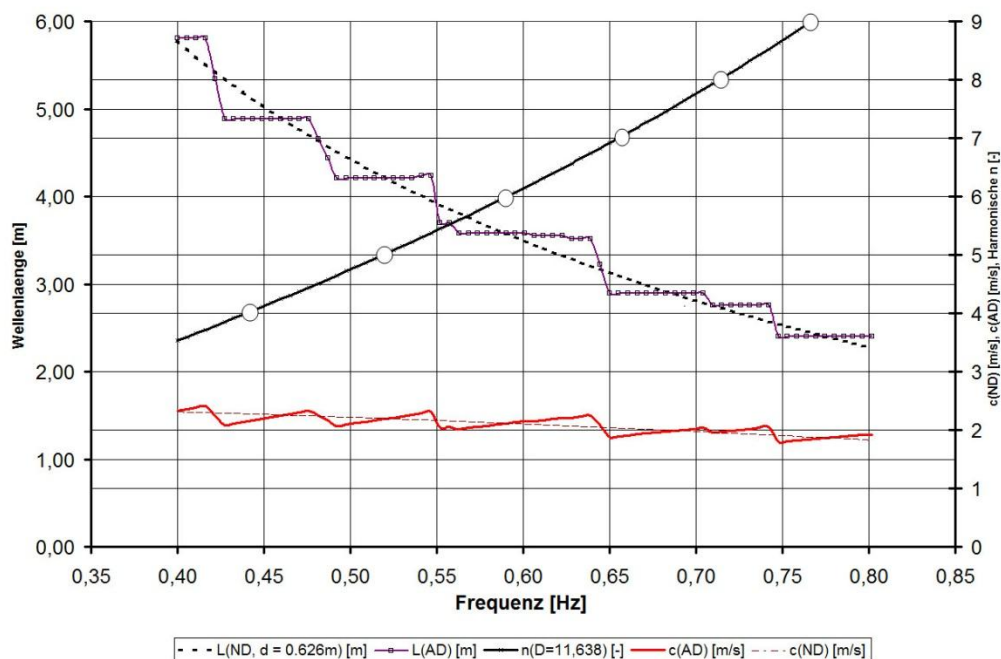


Abb. 8: Komponenten-Längen, Phasengeschwindigkeiten und Ordnungszahlen der Beckenschwingungen in Abhängigkeit von der Frequenz.

Das Phänomen der Gruppierung zu Partialwellen ist oben dargestellt. Aus der Tatsache, dass die Frequenzkomponenten der Partialwellen in den betreffenden Teilfrequenzbändern annähernd gleiche Wellenlängen aufweisen, folgt unmittelbar als Faktum die *anomale Dispersion*, da die Phasengeschwindigkeit gemäß $c = L \cdot f$ bei konstanter Wassertiefe mit der Frequenz zunimmt. Hier ist $dc/df > 0$.

Im oberen Teil der Abb.8 sind die aus den oben genannten 82 Energielinien bestimmten Längen über der Frequenz als $L(AD)(f)$ bezeichnet (AD = anomale Dispersion), während die gestrichelt (gepunktet) eingetragene Funktion $L(ND)(f)$ die entsprechend der klassischen Dispersionsrelation für die Kanalwassertiefe $d = 0,626\text{m}$ (gemäß normaler Dispersion, ND ($dc/df < 0$)) berechneten theoretischen Wellenlängenwerte angibt. Beide Funktionen können demnach auch als „Längenspektren“ bezeichnet werden. Die entsprechenden Darstellungen für die Phasengeschwindigkeiten $c(AD)(f)$ (rot) und $c(ND)(f)$ (Spektren der Phasengeschwindigkeiten) sind im unteren Teil der Abbildung dargestellt.

Die auffällig abgestufte Struktur der Funktion $L(AD)(f)$ hatte den Verfasser veranlasst, die genannten 12 Partialwellen als Kennzeichen von Eigenschwingformen der im Kanal enthaltenen Wassermasse anzusehen,

weil hierdurch der u.a. von elektromagnetischen Wellen bekannte Zusammenhang zwischen anomaler Dispersion und Resonanz auch für Wasserwellen nachgewiesen zu sein dürfte.

Hatte der Verfasser zur Stützung dieser These in [8] noch die Eigenformen eines Beckens mit vertikalen Wänden zugrunde gelegt, basiert die in Abb.8 enthaltene Funktion für die Ordnungszahlen der Beckenschwingungen $n(f)$ demgegenüber auf der Geometrie eines Beckens mit einer vertikalen Wand (am Ort der Wellenklappe) und einer geneigten Wand (Böschung) an der gegenüberliegenden Seite. Dabei wird entsprechend dem in der Einführung formulierten Fazit der vorliegenden Arbeit jeweils von einem Schwingungsknoten an der Böschung und einem Schwingungsbauch an der Wellenklappe ausgegangen, vergl. Abb.9.

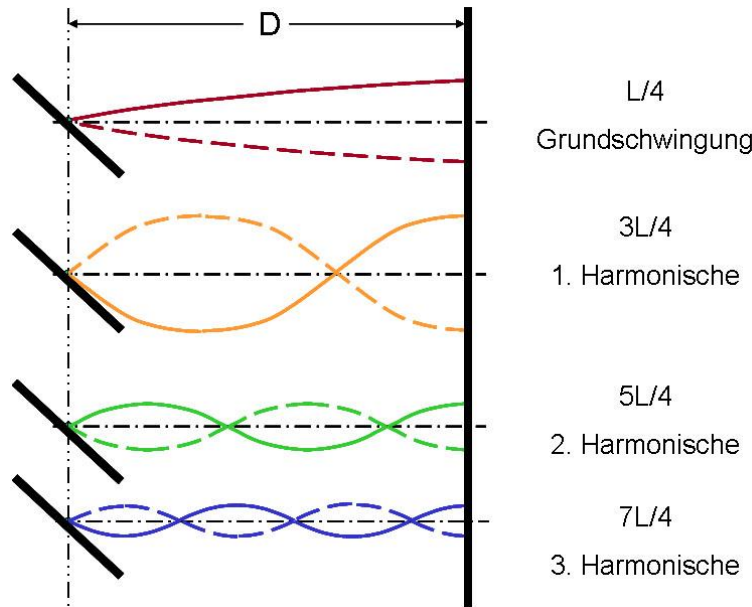


Abb. 9: Die ersten 4 theoretischen Eigenformen des Inhaltes eines Beckens mit einer geneigten und einer vertikalen Wand im Abstand D

Die Eigenfrequenzen eines solchen Beckens ergeben sich zu:

$$f[\text{Hz}] = (2n+1) \cdot \frac{c}{4 \cdot D} \quad (3)$$

Darin sind

D = der maßgebliche horizontale Wandabstand gemäß Abb.9,

c = die Wellenfortschrittsgeschwindigkeit und

n = die Ordnungszahl der Eigenschwingung.

Mit $n = 0$ ist die Eigenform der Grundfrequenz (fundamental) gekennzeichnet und $n = 1, 2, 3 \dots$ werden als erste, zweite, dritte ... Oberschwingung (first, second, third harmonic) benannt, Abb.9.

Die o.a. Formel für die Eigenfrequenzen nach der Ordnungszahl $n[-]$ aufgelöst, ergibt Formel (4):

$$n(f)[-] = \frac{2 \cdot D \cdot f}{c} - 0,5 \quad (4)$$

Mit $c = L \cdot f$ ergibt sich ferner die Formel (5)

$$n(L)[-] = \frac{2 \cdot D}{L} - 0,5 \quad (5)$$

Wird in Formel (4) für den Wandabstand $D = 11,638\text{m}$ (die Entfernung zwischen dem Lagerpunkt der Wellenklappe und IP) eingesetzt, so ist in Abb.8 evident, dass die Partialwellen im Wellenkanal für den dargestellten Frequenzbereich tatsächlich als Oberschwingungen mit Ordnungszahlen $4 \leq n \leq 9$ aufgetreten sind. Dabei ist die Übereinstimmung der Funktion mit den Mittenfrequenzen der energiereichsten Partialwellen der Längen 3,58m und 4,21m am größten.

[8] Büsching, F.: Sturmwellenresonanz an der Westküste der Insel Sylt, Die Küste, H. 67, 2003 pp 51-82